

Introducción al Cálculo Científico - 2002

Trabajo Práctico Nro. 5 - Fecha de entrega: viernes 13/12

1. [a] Escribir una función `System(f, g, Df, Dg, x0, y0, tol, miter)` para resolver un sistema de ecuaciones de 2×2

$$f(x, y) = 0$$

$$g(x, y) = 0$$

por el método de Newton. Los parámetros de entrada son las funciones f y g , sus derivadas parciales (gradientes), el punto inicial (x_0, y_0) , una tolerancia para el error absoluto `tol` y el máximo número de iteraciones `miter`. Para la solución de los sistemas lineales resultantes en cada iteración utilizar el comando “\”.

- [b] El siguiente sistema tiene cuatro ceros en el dominio $(-4, 4) \times (-4, 4)$

$$f(x, y) = x^2 + xy^3 - 9 = 0, \quad g(x, y) = 3x^2y - y^3 - 4 = 0$$

Utilizar `meshgrid` y `contour` para graficar las curvas de nivel cero de f y g en el mismo dibujo y así determinar puntos iniciales para hallar cada una de las cuatro soluciones.

- [c] Utilizar `System` para aproximar los cuatro ceros con `tol`= 10^{-10} .
[d] Definir la función $h(x, y) = f(x, y)^2 + g(x, y)^2$. Luego, los ceros del sistema corresponden a los mínimos de h . Utilizar la función `fmins` para aproximar los cuatro ceros.

2. Problema 9.1.2

3. Calcular el Orden Experimental de Convergencia (OEC) del método de Euler, de RK2 y de RK4.

Para ello considerar el PVI

$$y'(t) = -y(t) \quad y(0) = 0, \quad t \in [0, 4],$$

con solución exacta $y(t) = e^{-t}$. Calcular la solución utilizando los tres métodos mencionados y estudiar el orden de convergencia a cero del error

$$\text{err}_h = \max_{1 \leq i \leq N_h} |y(t_i) - y_i|. \quad (N_h = 4/h)$$

Utilizar los pasos de tiempo $h = 0,4, 0,2, 0,1, 0,05, 0,025, 0,0125$.