Trabajo Práctico 8 *Cálculo I* *1er semestre 2007*

---

(1) Calcular los siguientes límites:

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+2n+3n^2}{n^2+2n+3}$ (b) $\lim\limits_{n\to\infty} n^2 \dfrac{n}{n^3+25n+1}$ (c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4-3n-1}{1-3n-2n^2}$ (d) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n+n^{25}}{n^{10}}$

(e) $\lim\limits_{n\to\infty} 3n+1-\dfrac{9n^2}{n}$ (f) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4n^2-1}{2n-1}+\dfrac{1-4n^2}{2n+1}$ (g) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^3+4n-5}{n^2+1}-\dfrac{n^4-6n^3}{\frac{1}{3}n^3}$

(2) Sean $\big(a_n\big)_{n\in\mathbb{N}}$ y $\big(b_n\big)_{n\in\mathbb{N}}$ dos sucesiones tales que:

- Existe $r>0$ que satisface $|a_n|>r>1$ para todo $n\in\mathbb{N}$.
- $b_n\neq 0$, $\forall n\in\mathbb{N}$
- $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=0$.

Entonces $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}=\infty$.

(3) Demostrar las siguientes afirmaciones:

(a) Si $\big(a_n\big)_{n\in\mathbb{N}}$ es acotada y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=+\infty$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n+b_n)=+\infty$.

(b) Si $\big(a_n\big)_{n\in\mathbb{N}}$ es acotada y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=-\infty$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n+b_n)=-\infty$.

(c) Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=+\infty$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=+\infty$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n+b_n)=+\infty$.

(d) Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=-\infty$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=-\infty$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n+b_n)=-\infty$.

(e) Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=+\infty$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=-\infty$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n\cdot b_n)=-\infty$.

(4) Mostrar, encontrando un contraejemplo que las siguientes afirmaciones son falsas:

(a) Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=\infty$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=\infty$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n+b_n)=\infty$

(b) Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=a$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=\infty$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n\cdot b_n)=\infty$

(c) Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=\infty$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=\infty$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}=1$

(d) Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=0$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=0$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}=1$

(e) Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=0$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=\infty$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n\cdot b_n)=1$

(5) Demostrar:

(a) Si $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=+\infty$ y $a_n\geq b_n$ para todo $n\in\mathbb{N}$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=+\infty$

(b) Si $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=-\infty$ y $a_n\leq b_n$ para todo $n\in\mathbb{N}$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=-\infty$

(c) Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=a>0$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=+\infty$, entonces $\lim(a_n\cdot b_n)=+\infty$

(d) Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=a<0$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=+\infty$, entonces $\lim(a_n\cdot b_n)=-\infty$

(e) Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=a>0$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=-\infty$, entonces $\lim(a_n\cdot b_n)=-\infty$

(f) Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=a<0$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=-\infty$, entonces $\lim(a_n\cdot b_n)=+\infty$

(6) De los límites infinitos del ejercicio 1, decir cuáles son $+\infty$, y cuáles son $-\infty$.

(7) Calcular los siguientes límites:

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2+6n-1}{2n^2-6n-7}$ (b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^3+6n-1}{14n^2+16n+8}$ (c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4n^2+2n+1}{n^3+1}$

(d) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{25-\pi n^5+18n^6}{-3n^6-7n^3+4}$ (e) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\frac{1}{1000}n^4-2n+\frac{1}{2}}{15+20n+25n^3}$ (f) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4000n^2+2000n+1}{\frac{1}{4000}n^3-1000}$

(8) Sean f y g funciones polinómicas de grados h y k respectivamente. Para cada natural n están definidos $f(n)$ y $g(n)$. ¿A qué tiende $\dfrac{f(n)}{g(n)}$ cuando $n\to\infty$? Analizar los siguientes casos:

(a) $h<k$ (b) $h>k$ (c) $h=k$.